Technische Universität Berlin **WS 06/07**
Institut für Mathematik
Sekr. MA 8-2 / Frau Schubert

Albrecht Gündel-vom Hofe
Wiebke Wittmüß

9. Übung Analysis II

Abgabe: Dienstag, den 19.12.2006

1. Aufgabe (5 Punkte)
Man beschäftige sich mit einem der mathematischen Programmpakete Maple, Mathematica und Matlab, um dann die folgenden Funktionen zu plotten. Dabei lege man den Definitionsbereich jeweils geeignet fest, abzugeben ist ein Ausdruck der Aufrufe im Programm sowie die Plots.

a) Es seien $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ und $\alpha\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ durch
$f(x,y) = (x^2+y^2, 2xy)$ und $\alpha(t) = (1+\cos t, \sin t)$ gegeben. Zu plotten ist $\beta = f \circ \alpha$.

b) Wir betrachten die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) = -4x^2 - 2y^2 + 2xy - y + x$. Man plotte die Funktion gemeinsam mit ihrer Tangentialebene im Punkt $(0,0)$ von drei verschiedenen Blickpunkten aus. Weiterhin plotte man Niveaulinien zu f (entweder auf dem Graphen oder in einem Extraplot.)

c) Im Tutorium haben wir uns überlegt, dass $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$g(x,y) = \begin{cases} xy^2/(x^2+y^2), & \text{falls } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

in $(0,0)$ nicht total differenzierbar ist. Zur Veranschaulichung plotte man die Funktion g.

2. Aufgabe (5 Punkte)
Achtung: geändert!
Um alle (in $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ differenzierbaren) Lösungen f der Potentialgleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

die von der Form $\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$ sind, benötigt man zunächst eine Differentialgleichung für φ. Man leite diese Differentialgleichung her und zeige, dass sie von der entsprechenden Funktion von Blatt 8, 3. Aufgabe gelöst wird.

3. Präsentationsaufgabe (5 Punkte)

a) Man beweise, dass $f\colon (0, \pi/2) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x/x$ umkehrbar ist.

b) Man zeige mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass $\sin x < x < \tan x$ für $x \in (0, \pi/2)$ gilt.

4. Aufgabe (5 Punkte)
Man beweise, dass zwischen zwei Lösungen der Gleichung $\exp(x)\sin(x) = 1$ mindestens eine Lösung der Gleichung $\exp(x)\cos(x) = -1$ liegt.