2. Übungsblatt

www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS06/ProgMa

Ab 8.11. finden mittwochs um 14.15-15.45 (statt der VL) zwei Tutorien statt.
Gruppeneinteilung:
MA 751: Gruppen aus dem Montags-Rechner-Tutorium,
MA 848: Gruppen aus dem Dienstags-Rechner-Tutorium

Theoretische Aufgaben: Abgabe in der Vorlesung am 7.11.2006

Bei späterer Abgabe werden die erreichten Punkte nur zu 50 % angerechnet.

1. Aufgabe (4 Punkte)
Wir definieren die Vergleichsoperatoren für Matrizen in $\mathbb{R}^{m\times n}$ (vgl. VL). Die Abbildung

$$< \quad : \mathbb{R}^{m\times n} \times \mathbb{R}^{m\times n} \quad \to \quad \{0,1\}^{m\times n}$$

sei definiert durch

$$A < B := C \quad \text{mit} \quad c_{ij} = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & a_{ij} < b_{ij}, \\ 0, & \text{sonst} \end{array} \right\}, \quad i = 1,\dots,m, j = 1,\dots,n.$$

Die Abbildungen $\leq, >, \geq, =, \neq$ seien auf $\mathbb{R}^{m\times n} \times \mathbb{R}^{m\times n}$ analog definiert.
Berechnen Sie für

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

die folgenden Ausdrücke:

$$-A \leq B, \quad AB = B, \quad AA \neq A, \quad (2A+B)^T = 2A.$$

2. Aufgabe (5 Punkte)
Ist bei den in Aufgabe 1 definierten Abbildungen einer der beiden Operanden ein Skalar $c \in \mathbb{R}$, so interpretieren wir ihn als Matrix

$$C \in \mathbb{R}^{m\times n} \quad \text{mit} \quad c_{ij} = c \quad \text{f.a. } i = 1,\dots,m, j = 1,\dots,n.$$

Berechnen Sie für A, B aus Aufgabe 1:

$$A \geq 0, \quad A \cdot (B > 0), \quad B \cdot (A = 0), \quad (A > 0)(A < 0), \quad (A > 0)(A > 0).$$

3. Aufgabe (3 Punkte)
Für $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $I \subset \{1,\dots,m\}, J \subset \{1,\dots,n\}$ sei

$$A_{I,J} := [a_{ij}]_{i\in I, j\in J}.$$

Geben Sie für

$$A \;=\; \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & 2 & 6 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}, \quad I = \{1,2\}, \quad J = \{1,3\}$$

die Matrizen

$$A_{I,I}, \quad A_{I,J}, \quad A_{J,J} > A_{I,I}$$

an.

Programmieraufgabe: Vorführen bis zum 15.11.2006

(a)
- Erzeugen Sie in Matlab die Matrizen $A = [a_{ij}]$ und $B = [b_{ij}]$:

$$A = xy^T \text{ und } B = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{15} & a_{17} \\ a_{41} & a_{43} & a_{45} & a_{47} \\ a_{71} & a_{73} & a_{75} & a_{77} \end{bmatrix} & c\,c^T & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \\ 9\,d^T & [1\;2\;3] & \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} & \end{bmatrix}$$

mit

$$x = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.5 \\ 0.6 \\ 0.7 \\ 0.8 \\ 0.9 \end{bmatrix}, \; y = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ 0 \\ 12 \\ 14 \\ 16 \end{bmatrix}, \; c = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}, \; d = \begin{bmatrix} 1 \\ \pi \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Greifen Sie dabei insgesamt nur maximal zweimal auf einzelne Elemente der Matrizen oder Vektoren zu! (d.h. z.B. mit `A(2,3)=...`).

- Geben Sie B auf dem Bildschirm aus.

(b)
- Zeichnen Sie mit dem `plot`-Befehl in Matlab die Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &: [-1,1] \to \mathbb{R}, & f_1(x) &= \sin(2\pi x), \\ f_2 &: [-1,1] \to \mathbb{R}, & f_2(x) &= \frac{x}{1-x^2}, \\ f_3 &:]0,1] \to \mathbb{R}, & f_3(x) &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

in einem Bild, und zwar f_1 in rot, f_2 in blau, f_3 in grün.

- Fügen Sie mit einem geeigneten Matlab-Befehl eine Legende hinzu (d.h. im Bild ein kleines Fenster, das angibt, welche Kurve welche Funktion darstellt).