WS 2007/08
Prof. Dr. Fredi Tröltzsch
Dr. Daniel Wachsmuth

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

11. Übungsblatt Analysis II

Übungsaufgaben: [werden in der Übung am 14.01.08 besprochen]

1. Bestimmen Sie Extremwerte der Funktion $x^2 + xy^2 + y^2$ unter der Bedingung $x^2 + y^2 = 1$ mittels
   (a) Auflösung der Nebenbedingung nach y bzw.
   (b) Lagrangescher Regel.
2. Beweisen Sie für $1 < p \le q$ die Ungleichung $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p} \le \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n |x_i|^q\right)^{1/q}$.

Tutoriumsaufgaben: [werden in den Tutorien vom 15.01.08 bis 18.01.08 besprochen]

1. Lösen Sie folgende Aufgaben mit der Lagrangemethode!

$$(a)\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \to \min \\ x_1 + 2x_2 + \cdots + nx_n = 1 \end{cases} \qquad (b)\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \to \min \\ x_1^3 + x_2^3 = 1 \end{cases}$$

2. Bestimmen Sie lokale und globale Extremwerte der Funktion $f(x,y) = x^2 - 6x + 3y^2 - 12y$ auf der Menge aller (x,y) mit $x + y \le 1$.

Hausaufgaben: [abgeben am 21.01.08]

1. Bestimmen Sie die Seitenlängen a, b, c eines Dreiecks, so dass bei vorgegebenem Umfang u die Fläche maximal wird. (4 Punkte)

   Hinweis: Machen Sie eine Formel für den Flächeninhalt ausfindig, die nur von den Seitenlängen und dem Umfang abhängt. Diese Formel muss nicht bewiesen werden.
2. Bestimmen Sie Extremwerte der Funktion $f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2x_3$ auf der Menge
   $M = \{(x_1,x_2,x_3) : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,\ x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$. (6 Punkte)
3. Bestimmen Sie lokale und globale Extremwerte der Funktion $f(x,y) = \sqrt{x+y+2}$ über der Menge $x^2 + y^2 \le 1$. (4 Punkte)