

Albrecht Bündel-vom Hofe
José Méndez

13. Übung zur Zahlentheorie (LS)

1. ÜA.

- (a) Erkläre den Zusammenhang zwischen dem Horner-Schema und dem Euklidischen Algorithmus.
- (b) Sei $n \in \mathbb{N}$ und $p \in \mathbb{P}$. Bestimme die Koeffizienten $a_i \in \mathbb{N}$ der Entwicklung

$$n = a_0 + a_1p + a_2p^2 + \cdots + a_np^n.$$

Hinweis: Anwendung vom Euklidischen Algorithmus.

- (c) Sei $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ vom Grad $n \geq 1$ und $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ irreduzibel vom Grad 1. Bestimme die Koeffizienten $a_i \in \mathbb{Z}$ der Entwicklung

$$f(x) = a_0 + a_1p(x) + a_2p(x)^2 + \cdots + a_np(x)^n.$$

Hinweis: Anwendung vom Euklidischen Algorithmus.

2. ÜA Finde die Lösungen der diophantischen Gleichung

$$33x + 6y + 12z - 15t = 21$$

1. HA.

(10 Punkte)

Finde die Lösungen der diophantischen Gleichungen:

- (a) $x + 2y + 3z = 1$
(b) $x + 2y + 3z = 10$
(c) $3x - 6y + 5z = 11$
(d) $6x + 48y - 78z = 5$
(e) $5x - 2y - 4z = 10$

2. HA.

(10 Punkte)

- (a) Seien $a, b \in \mathbb{N}$ mit $(a, b) = 1$. Betrachte die Menge

$$I := \{n \in a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} : n \geq 0\}.$$

Zeige: $n \in I \Rightarrow n > c = ab - a - b$

(b) Seien $a, b \in \mathbb{N}$ mit $(a, b) = 1$. Betrachte die Menge

$$I := \{n \in a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} : n > 0\}.$$

Welche ist die grösste Zahl, die nicht in I enthalten ist?