

Albrecht Gündel-vom Hofe
José Méndez

14. Übung zur Zahlentheorie (LS) Teil II

1. ÜA. Sei $f(x, y) = y^2 - x^3 - 17$. Finde zwei Lösungen in \mathbb{Q} zur Gleichung $f(x, y) = 0$.
2. ÜA. Sei $f(x, y) = y^2 - x^3 - x - 1$. Finde alle Lösungen der Gleichung $f(x, y) = 0 \pmod{5}$. Eine der Lösungen lautet $x = 0, y = 1$, geometrisch betrachtet $P_1 = (0, 1)$. Berechne $2P_1$

1. HA. (10 Punkte)

- (a) Sei $p \in \mathbb{P}$ und \mathbb{Z}_p der Restklassenring \pmod{p} . Zeige: \mathbb{Z}_p ist ein Körper.
- (b) Sei $f(x, y) = y^2 - x^3 - x - 1$. Berechne alle Lösungen der Gleichung $f(x, y) = 0$ in \mathbb{Z}_7