WS 2008/09
Prof. Dr. John M. Sullivan
Kerstin Günther

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

1. Übungsblatt Analysis II

ohne Abgabe

Übungsaufgaben

1. Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ Treppenfunktionen (Regelfunktionen). Zeigen Sie, dass $f + g$ sowie cf ebenfalls Treppenfunktionen (Regelfunktionen) sind.

2. Sind die angegebenen Funktionen $f_j : [0, 1] \to \mathbb{R}$ ($j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$) Treppen- oder Regelfunktionen?

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= \operatorname{sgn} x, \\
f_2(x) &= \frac{1}{n} \lfloor nx \rfloor \quad \text{für festes } n \in \mathbb{N}^+, \\
f_3(x) &= \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, \\ \frac{1}{n+1} & \text{für } \frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N}^+), \end{cases} \\
f_4(x) &= \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, \\ x \cos \frac{1}{x} & \text{für } 0 < x \leq 1, \end{cases} \\
f_5(x) &= \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, \\ \frac{1}{x} - \lfloor \frac{1}{x} \rfloor & \text{für } 0 < x \leq 1. \end{cases}
\end{aligned}
$$

3. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine Regelfunktion. Zeigen Sie, dass f beschränkt ist.