

3. Übungsblatt

Abgabe: Montag, 10.11.2008, vor der Übung

Aufgabe 9

10 Punkte

Beweist oder widerlegt folgende Aussagen:

- (a) Seien P_1 und P_2 zwei lineare Programme in Standardform mit gleichem Zulässigkeitsbereich $\{x : Ax = b, x \geq 0\}$ aber unterschiedlichen Zielfunktionen $C_1 := c^\top x$ und $C_2 := -c^\top x$. Dann gibt es A, b, c , so dass sowohl P_1 als auch P_2 unbeschränkte Optimalwerte haben.
- (b) Eine Variable, die beim Simplexalgorithmus gerade in die Basis pivotisiert wurde, kann die Basis im nächsten Schritt wieder verlassen.
- (c) Eine Variable, die beim Simplexalgorithmus gerade die Basis verlassen hat, kann im nächsten Schritt wieder in die Basis aufgenommen werden.
- (d) Ist eine unbeschränkte Variable x_j durch $(x_j^+ - x_j^-)$ mit $x_j^+, x_j^- \geq 0$ ersetzt worden, so ist im Simplexverfahren in jedem Schritt höchstens eine der Variablen x_j^+, x_j^- nicht Null.
- (e) Ist x' eine zweitbeste Basislösung, d.h. die Kosten von x' sind echt größer als die einer Optimallösung, es gibt aber keine nicht optimale Lösung mit geringeren Kosten, so erhält man eine optimale Basislösung aus x' durch einen einzelnen Basiswechsel.
- (f) Gilt $A = A^\top$, so ist jede zulässige Lösung von $\min c^\top x : Ax = b, x \geq 0$ optimal.

Aufgabe 10

5 Punkte

Sei x eine zulässige Basislösung von $\min c^\top x : Ax = b, x \geq 0$.

- (a) Beweist: Sind die reduzierten Kosten aller Nichtbasisvariablen echt positiv, so ist x die eindeutige Optimallösung des LP.
- (b) Unter welcher weiteren möglichst schwachen Voraussetzung gilt die Rückrichtung? Beweist.

Aufgabe 11

5 Punkte

Betrachtet folgendes lineares Programm P :

$$\begin{array}{rllll} \max & x_1 & +x_2 & +x_3 & \\ s.t. & 2x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq 3 \\ & & 2x_2 & +3x_3 & = 5 \\ & x_1 & -2x_2 & & \geq 4 \\ & & & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

- (a) Löst P mit der Zwei-Phasen-Methode.
- (b) Stellt das duale Programm zu P auf.