Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

Prof. Rolf H. Möhring
Felix König

ADM II – Lineare und Ganzzahlige Optimierung
Wintersemester 2008/2009

Max Klimm

13. Übungsblatt

Abgabe: Montag, 9.2.2009, *vor* der Übung

Aufgabe 44 **5 Punkte**

Eine Instanz des Entscheidungsproblems Linear Inequalities besteht aus einer Matrix $A \in \mathbb{Q}^{m\times n}$ und einem Vektor $b \in \mathbb{Q}^m$. Die Frage lautet: Gilt $\{x \in \mathbb{Q} : \ Ax \leq b\} = \emptyset$?
Zeigt: Linear Inequalities $\in NP \cap coNP$.

Aufgabe 45 **6 Punkte**

Betrachtet ein LP in Standardform, beschrieben durch folgendes Starttableau:

0	0	0	0	δ	3	γ	ξ
β	0	1	0	α	1	0	3
2	0	0	1	-2	2	η	-1
3	1	0	0	0	-1	2	1

Die Einträge α, β, γ, δ, η, ξ sind unbekannte Parameter. Bezeichne $\mathbf{B}$ die Basis mit den Basisvariablen x_2, x_3, and x_1 (in dieser Reihenfolge). Finde für jede der folgenden Aussagen den Bereich der Parameter, so dass die Aussage wahr ist.

(a) Dieses Tableaus kann als Ausgangspunkt für Phase II des Simplex-Algorithmus verwendet werden.

(b) Die erste Zeile (unter den reduzierten Kosten) des Tableaus zeigt, dass das Problem unzulässig ist.

(c) Die zugehörige Basislösung ist zulässig, aber nicht optimal.

(d) Die zugehörige Basislösung ist zulässig, aber der erste Pivotschritt zeigt, dass das Problem unbeschränkt ist.

(e) Die zugehörige Basislösung ist zulässig, x_6 könnte durch einen Simplex-Schritt in die Basis pivotisiert werden, und falls dies geschieht, verlässt x_3 die Basis.

(f) Die zugehörige Basislösung ist zulässig, x_6 könnte durch einen Simplex-Schritt in die Basis pivotisiert werden, und falls dies geschieht, verändert sich der Zielfunktionswert nicht.

Aufgabe 46 **4 Punkte**

Gebt ein Beispiel für ein primal-duales Paar von LPs, in dem beide Programme optimale zulässige Lösungen besitzen, die nicht eindeutig sind.

Aufgabe 47 **0+10 Punkte**

Im Min Cost Arborescence Problem sind ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Kantenkosten c_e $\forall e \in E$ und ein Knoten $r \in V$ gegeben. Gesucht ist eine optimale spannende Arboreszenz mit Wurzel r, also ein spannender Baum, in dem es zu jedem $v \in V \setminus \{r\}$ einen gerichteten r-v-Weg gibt und dessen Kosten minimal sind.

(a) Formuliert das Problem als Hitting Set Problem und zeigt, dass der primal-duale Algorithmus mit Rückwärtslöschen aus der UE immer eine optimale Arboreszenz liefert.

(b) Findet ein Beispiel, in dem das Löschen überflüssiger Kanten in anderer als der durch den Algorithmus gegebenen Reihenfolge zu einer suboptimalen Arboreszenz führt.