Technische Universität Berlin **WS 08/09**
Institut für Mathematik
Sekr. MA 7-4 / Frau Siwak

Prof. Dr. Deuschel
Dipl.-Math. oec. Wittmüß

9. Übung
Stochastische Modelle

Abgabe: 15.1.2009 (in der Übung)

1. Aufgabe (5 Punkte)
Sei die folgende Übergangsmatrix P auf dem Zustandsraum $E = \{0, 1\}$ gegeben:

$$P = \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ 1-\alpha & \alpha \end{pmatrix}, \text{ mit } 1 > \alpha > 0.$$

Zeigen Sie, dass es genau dann eine markovsche Standardhalbgruppe $(P(t))_{t\geq 0}$ auf E mit der Eigenschaft $P(1) = P$ gibt, wenn $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$. In diesem Fall berechnen Sie $(P(t))_{t\geq 0}$.

2. Aufgabe (5 Punkte)
Führen Sie den Beweis von Satz 3.2.4 aus.

3. Aufgabe (5 Punkte)
Es sei $(P(t))_{t>0}$ eine submarkovsche Halbgruppe auf E. Man zeige folgende Behauptungen.

a) Für alle $i \in E$ ist $\sum_{j\in E} P_{ij}(t)$ eine nicht wachsende Funktion von t.

b) Falls $P(t_0)$ für $t_0 > 0$ eine stochastische Matrix ist, so ist $P(t)$ für alle $t > 0$ eine stochastische Matrix.