Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Dr. J. Behrndt, C. Kreusler

Wintersemester 2009/10

Analysis II

0.Übungsblatt

Dies ist ein halbes Übungsblatt.
Abgabe vor den Tutorien am 28. / 29. Oktober zusammen mit dem 1. Übungbslatt.

Aufgabe 1: **5 Punkte**

(i) Bestimme zu

$$f : [-2, 1/2] \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{1}{1-x}$$

das Taylorpolynom $n-$ten Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und untersuche das Konvergenzverhalten von $R_n(x)$, $x \in [-2, 1/2]$ für $n \to \infty$. Für welche x konvergiert die Taylorreihe gegen die Funktion f?

(ii) Es sei u eine zweimal stetig differenzierbare Funktion mit $u(0) = \pi$, die folgende Differentialgleichung erfüllt:

$$u'(x) = x + \cos(u(x)), \quad x \in (-1, 1).$$

Bestimme das Taylorpolynom 2. Grades von u mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 2: **5 Punkte**

Beweise, daß für alle $x \in \mathbb{R}$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

gilt. Zeige weiterhin, daß für $n \in \mathbb{N}$ und $x > -n$

$$\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \le e^x$$

gilt.
Hinweis: Benutze die Logarithmusfunktion und den Taylorschen Satz.