Tutorien am 27. / 28. Januar

Aufgabe 1:
Es seien $0 < R_1 < R_2$. Der der Rand des Torus

$$T := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (\sqrt{x^2 + y^2} - R_2)^2 + z^2 \leq R_1^2\}$$

wird parametrisiert durch

$$p : [-\pi, \pi]^2 \to \mathbb{R}^3, \quad p(\phi, \theta) = \Big((R_2 - R_1 \cos\theta) \cos\phi,\ (R_2 - R_1 \cos\theta) \sin\phi,\ R_1 \sin\theta\Big).$$

Berechne den Flächeninhalt von ∂T.

Aufgabe 2:
Parametriesiere jeweils das Flächenstück F so, daß der Einheitsnormalenvektor „nach außen“ zeigt und bestimme den Fluß des Vektorfeldes v durch F.

(i) $F \subset \mathbb{R}^3$ sei die obere Halbsphäre mit Radius 1, $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sei gegeben durch $v(x, y, z) = (x,\ y,\ z)$.

(ii) $F \subset \mathbb{R}^3$ sei der Zylindermantel $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 0 \leq z \leq 3,\ x^2 + y^2 = 1\}$, $v(x, y, z) = (y,\ -x,\ z^2)$.

(iii) $F \subset \mathbb{R}^3$ der Kegelmantel $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 = z^2 \leq 4\}$, $v(x, y, z) = (x,\ y,\ 3)$.

Aufgabe 3:
Parametrisiere jeweils die angegebenen Flächenstücke.

(i) $F := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (\frac{x - x_0}{a})^2 + (\frac{y - y_0}{b})^2 + (\frac{z - z_0}{c})^2 = 1\}$, wobei $a, b, c > 0$ und $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$.

(ii) $F := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (\frac{x - x_0}{a})^2 + (\frac{y - y_0}{b})^2 - (\frac{z - z_0}{c})^2 = 1, |z - z_0| \leq r\}$, wobei $a, b, c, r > 0$ und $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$.

(iii) $F := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (\frac{x - x_0}{a})^2 + (\frac{y - y_0}{b})^2 - z = 0, z \leq r\}$, wobei $a, b, r > 0$ und $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.

Aufgabe 4:
Vergleiche die Definitionen und Sätze für Flächenstücke und Oberflächenintegrale im Falle $m - 1 = 1$ mit den entsprechenden für Kurven und Kurvenintegrale.