

Tutorien am 11. / 12. November

Aufgabe 1:

Berechne folgende Integrale.

(i) $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx,$

(ii) $\int \frac{2x^3+9x^2+8x+5}{x^2+4x+3} dx,$

(iii) $\int \frac{x^2+x+1}{x^3+x} dx$

Aufgabe 2:

Bestimme die partiellen Ableitungen der Funktionen

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2}, \quad g(x, y) = y \cos(xy) + 3x^2y.$$

Bestimme auf zwei verschiedenen Wegen die Ableitung

$$\frac{d}{dy} \int_0^1 g(x, y) dx.$$

Aufgabe 3:

Untersuche die folgenden Integrale auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

(i) $\int_0^1 \ln(x) dx$

(ii) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

(iii) $\int_0^{\infty} \frac{\exp(-2\sqrt{|x|})}{\sqrt{|x|}} dx.$

Aufgabe 4:

Zeigt, daß selbst bei gleichmäßiger Konvergenz bei uneigentlichen Integralen die Vertauschung von Grenzwert und Integral nicht erlaubt ist:

Betrachtet dazu die Funktionenfolge $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) := \frac{n}{n^2 + x^2}, \quad n \in \mathbb{N}, x \geq 0.$$