WS 2009/10 | Technische Universität Berlin
Prof. Dr. Fredi Tröltzsch | Fakultät II
Ira Neitzel | Institut für Mathematik

6. Hausaufgabe zur LV Nichtlineare Optimierung

Abgabe am 27.11.2009

1. (3 Punkte)

   Sei $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex und $x \in$ int C. Zeigen Sie: $K(C,x) = \mathbb{R}^n,\ N(C,x) = \{0\}$.

2. (3 Punkte)

   Zeigen Sie: Sind K_1, K_2 konvexe Kegel mit $K_1 \subset K_2$, so folgt $K_1^* \supset K_2^*$.
   (Hierbei bezeichnen K_1^* und K_2^* die Polarkegel zu K_1 bzw. K_2.)

3. (5 Punkte)

   Lösen Sie folgende Aufgabe mit der Lagrange-Methode:

$$(P) \begin{cases} x_1 x_2 x_3 \to \min \\ \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

4. (4 Punkte)
   Man weiß, dass das CG-Verfahren für quadratische Optimierungsaufgaben konvergiert, wenn die Hessematrix symmetrisch und positiv definit ist. Oft funktioniert das Verfahren auch für nicht positiv-definite Probleme.

   Wenden Sie das CG-Verfahren mit Startwert $x_0 = (0,0)^T$ an, um $f(x) = \frac{1}{2}x^T H x + b^T x$ zu minimieren, wobei H und b gegeben sind durch:

   (a) $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$

   (b) $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

   (c) $H = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix},$

   (d) $H = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$

   Erklären Sie Ihre Beobachtungen!

In dieser Woche gibt es keine Programmieraufgabe.