

1. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine monotone Funktion. Man zeige, dass f nur abzählbar viele Unstetigkeitsstellen haben kann.

2. Hausaufgabe:

5 Punkte

Finde zwei rechtsstetige Funktionen $F, G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ von beschränkter Variation, so dass die übliche Produktregel nicht gilt, das heißt, so dass

$$\int_{(a,b]} G(x) dF(x) = F(b)G(b) - F(a)G(a) - \int_{(a,b]} F(x) dG(x)$$

nicht gilt.

3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Bestimme die folgenden Integrale $\int_{[0,4]} f(x) dg(x)$, falls

$$(i) f(x) = \begin{cases} x & \text{wenn } x < 2 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}, g(x) = x^2.$$

$$(ii) f(x) = e^{x^2}, g(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x < 2 \\ 4 & \text{wenn } 2 \leq x < 3 \\ -2 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} e^x & \text{wenn } x < 2 \\ -1 & \text{sonst} \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x < 1 \\ 2 & \text{wenn } 1 \leq x < 2 \\ \sin(x) & \text{sonst} \end{cases}$$

4. Hausaufgabe:**5 Punkte**

Es seien $F, G : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zwei Funktionen von lokal beschränkter Variation und $I \subseteq [a, b]$ ein Teilintervall. Zeige, dass die Variation folgende Ungleichung erfüllt: $V_{F+G}(I) \leq V_F(I) + V_G(I)$.

Man gebe jeweils ein Beispiel für Gleichheit und für strikte Ungleichheit in der obigen Ungleichung an.

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!