Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Dozent: Dr. Marcel Ortgiese
Assistent: Simon Wasserroth

WS 2011/2012

Abgabe: 24.11.2011

4. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es sei (N_t) ein Poissonprozess mit Intensität $\lambda > 0$. Zeige, dass dann die Zufallsvariable N_t Poisson-verteilt ist mit Parameter λt.

2. Hausaufgabe: **5 Punkte**

(i) Es sei Y eine Zufallsvariable mit $\mathbb{P}(Y = 1) = \mathbb{P}(Y = 2) = 1/2$. Außerdem sei (N_t) ein Zählprozess mit genau einem Sprung in Y. Finde den Kompensator von N.

(ii) Es sei (N_t) ein Poissonprozess mit Parameter λ. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass $N_t - \lambda t$ ein Martingal bezüglich der Filtration von (N_t) ist. Bestimme den Kompensator von $(N_t - \lambda t)^2$. Benutze dabei, dass der Poissonprozess unabhängige Zuwächse hat.

3. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es seien die Angaben wie in Aufgabe 3 von Blatt drei für einen Versicherungsvertrag. Es sei nun die Auszahlungshöhe $a = 50$. Bestimme die Varianz des Verlustes und die Varianz des Barwertes mit dem Satz von Hattendorf.

4. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum und (M_t) ein Martingal bezüglich $\mathcal{F}_t$. Weiterhin seien Filtrationen $\mathcal{G}_t$, $\mathcal{H}_t$ gegeben, so dass $\mathcal{F}_t^M \subseteq \mathcal{H}_t \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{G}_t$. $\mathcal{F}_t^M$ bezeichne dabei die von M erzeugte Filtration.

(i) Man zeige, dass M auch ein $\mathcal{H}_t$-Martingal ist, insbesondere also auch ein Martingal bezüglich seiner kanonischen Filtration $\mathcal{F}_t^M$.

(ii) Ist M stets auch ein $\mathcal{G}_t$-Martingal?

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!