

5. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei \mathcal{P}_λ die Poissonverteilung für $\lambda > 0$. Man zeige, dass die Mischung aller $(\mathcal{P}_\lambda)_\lambda$ Verteilungen mit der Gammaverteilung mit Parametern (α, β) als Mischverteilung die negative Binomialverteilung mit Parametern $(\alpha, \beta/(\beta+1))$ als gemischte Verteilung ergibt.

2. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F . Die Verteilung heißt unendlich oft teilbar, falls es für jedes $n \in \mathbb{N}$ iid Zufallsvariablen $X_1^{(n)}, \dots, X_n^{(n)}$ gibt, so dass in Verteilung $X = \sum_{i=1}^n X_i^{(n)}$. Zeige, dass die Poisson- und die Normalverteilung unendlich oft teilbar sind. Zeige, dass die Bernoulliverteilung mit Parameter $p \in (0, 1)$ nicht unendlich oft teilbar ist.

3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es seien X, Y zwei Zufallsvariablen mit Werten in $[0, 1]$, so dass alle Momente existieren und übereinstimmen. Also $\mathbb{E}(X^n) = \mathbb{E}(Y^n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass dann X und Y die gleiche Verteilung haben.

4. Hausaufgabe:

5 Punkte

Bestimme die momentenerzeugende Funktion der Gleichverteilung auf $[-a, a]$ und bestimme damit die Varianz der Verteilung.

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!