Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Dozent: Dr. Marcel Ortgiese
Assistent: Simon Wasserroth

WS 2011/2012

Abgabe: 12.01.2012

9. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Man bestimme, welche der folgenden Verteilungen light- oder heavy-tailed sind (ggf in Abhängigkeit der Parameter).

- Die einseitige Normalverteilung mit Parameter $\sigma^2 > 0$ mit Dichte

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

- Die einseitige Cauchy-Verteilung mit Parameter $a > 0$ mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{2a}{a^2 + x^2} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

- Die Weibull-Verteilung mit Parametern $\lambda > 0, \beta > 0$ mit Dichte

$$f(x) = \lambda\beta x^{\beta-1} e^{-\lambda x^\beta} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

2. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Betrachte das Cramer-Lundberg Modell, wobei die Schadenshöhen X_k Gamma-2 verteilt zum Parameter $\gamma > 0$ sind, d.h. ihre Dichte ist gegeben durch

$$f(x) = \gamma^2 x e^{-\gamma x} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

Es sei $\lambda > 0$ die Intensität des Poissonprozesses $N(t)$. Man bestimme den Lundbergkoeffizienten r_0.

3. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es seien im Cramer-Lundberg-Modell die Schadenshöhen wieder Gamma-2 verteilt mit Parameter $\gamma = 1/\mu$, Dichte wie oben. Aus der Vorlesung wissen wir, dass die Überlebenswahrscheinlichkeiten die Gleichung

$$\Phi'(u) = \frac{\lambda}{c}\Phi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_{(0,u)} \Phi(u-z)\mathrm{d}F(z)$$

erfüllen, wobei $\lambda > 0$ die Intensität des Poissonprozesses, c die Prämienrate und F die Verteilungsfunktion der Schadenshöhen sind. Bestimme daraus eine Differrentialgleichung für Φ und bestimme die Ruinwahrscheinlichkeit explizit. Beachte beim nochmaligen Ableiten die Kettenregel, bzw Leibnizregel für Parameterintegrale.

4. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es sei $r_0 > 0$ ein Lundbergkoeffizient in dem Cramer-Lundberg-Modell mit Schadenhöhen X_i und Wartezeiten W_i. Angenommen, es existiere ein $r > r_0$, so dass $\mathbb{E}(e^{r(X_i - cW_i)}) < \infty$. Zeige, dass dann für $\tilde{f}(r) = \mathbb{E}(e^{rX_i})$ gilt $\lim_{u\to\infty} e^{r_0 u}\Psi(u) = \frac{\rho\mu}{\tilde{f}'(r_0) - c\nu}$

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!