

## 10. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

---

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

### 1. Hausaufgabe:

5 Punkte

Untersuche, welche der folgenden Funktionen regulär variierend oder langsam variierend sind und bestimme ggf. den Index  $\alpha$ .

(i)  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \sqrt{x} \ln(x)$

(ii)  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $g(x) = e^{2 \ln(\ln(x+1))}$

(iii)  $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x) = e^{\sqrt{x}} x^2 \ln(x)$

### 2. Hausaufgabe:

5 Punkte

Betrachte das Cramer-Lundberg Modell, wobei die Schadenshöhen gemäß der Pareto-Verteilung verteilt sind, also für  $\alpha > 1$  Verteilungsfunktion  $F(x) = 1 - x^{-\alpha}$  mit  $x \geq 1$  haben. Es gelte die Net Profit Condition. Bestimme die Asymptotik der Ruinwahrscheinlichkeit in diesem Modell.

Argumentiere, falls Ruin eintritt, ob dieser in dem Modell eher von einem großen Schaden oder von vielen kleinen entstanden ist?

### 3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei eine Verteilungsfunktion  $F$  mit Dichte gegeben. Wir wählen nur  $t \geq 1$ . Zeige, dass die mean-excess Funktion  $e_F$  zu  $F$  genau dann linear ist, wenn  $F$  die Pareto-Verteilung ist, also  $F(x) = 1 - x^{-\alpha}$  für  $x \geq 1$  mit  $\alpha > 1$ . (Diese Formel stimmt für  $t \in [0, 1]$  nicht, dies ist allerdings auch nicht relevant für diese Aufgabe.)

### 4. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei  $F$  eine subexponentielle Verteilung mit  $F(0) = 0$  und  $X_i$  für  $i = 1, 2, \dots$  unabhängige Zufallsvariablen mit dieser Verteilung. Bestimme dann für  $k, n \in \mathbb{N}$  mit  $0 \leq k \leq n$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \mathbb{P}(X_1 + X_2 + \dots + X_k > x | X_1 + X_2 + \dots + X_n > x).$$

**Bemerkung:** Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!