Technische Universität Berlin **WS 2011/2012**
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Dozent: Dr. Marcel Ortgiese
Assistent: Simon Wasserroth Abgabe: 02.02.2012

12. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Zeige, dass das Exponentialprinzip gegeben durch das Nullnutzenprinzip mit Nutzenfunktion $u(x) = \frac{1}{\beta}(1 - e^{-\beta x})$ und Parameter $\beta > 0$ ein Prämienprinzip ist. Zeige, dass es für $\beta \to 0$ gegen das Nettorisikoprinzip konvergiert. Zeige außerdem, dass das Standardabweichungsprinzip translationsinvariant und homogen, aber nicht additiv ist.

2. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es sei die Zufallsvariable $X \in \mathcal{X}'$ im Definitionsbereich eines Prämienprinzips H. Zeige, dass dann $\mathbb{E}(X) > 0$ und $\mathbb{V}(X) > 0$.

3. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es sei $\delta > 0$ und $\mathcal{X}' = \{X : \mathbb{E}(X^2) < \infty, \mathbb{P}\{X > \mathbb{E}(X) + \delta\sqrt{\mathbb{E}[((X - \mathbb{E}(X))_+)^2]}\} > 0\}$, dabei bezeichnet $f_+ = \max(f, 0)$ den Positivteil der Funktion f. Auf $\mathcal{X}'$ definieren wir das Semistandardabweichungsprinzip H gegeben durch

$$H(X) = \mathbb{E}(X) + \delta\sqrt{\mathbb{E}[((X - \mathbb{E}(X))_+)^2]}.$$

Zeige, dass es ein homogenes Prämienprinzip ist. Was ist der Vorteil dieses Prinzips gegenüber dem Standardabweichungsprinzip? Ist es additiv?

4. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Es seien X, Y zwei reelle Zufallvariablen mit Verteilungsfunktionen P_X, P_Y. Wir sagen, X dominiert Y stochastisch, $X \geq_{st} Y$, wenn für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt, dass $P_X(t) \leq P_Y(t)$. Zeige, dass $\geq_{st}$ eine partielle Ordnung ist, also reflexiv, transitiv und antisymmetrisch ist. Ist $\geq_{st}$ auch eine Totalordnung, gilt also für je zwei Zufallsvariablen X, Y entweder $X \geq_{st} Y$ oder $Y \geq_{st} X$?

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!