

13. Übungsblatt „Versicherungsmathematik“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei $u : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Nutzenfunktion.

- (i) Die absolute Risikoaversion eines Investors ist durch den Arrow-Pratt Koeffizienten $\alpha(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$ gegeben. Finde alle Nutzenfunktionen u , deren absolute Risikoaversion konstant ist.
- (ii) Die relative Risikoaversion eines Investors ist durch $\alpha_R(x) = x\alpha(x)$ gegeben. Finde alle Nutzenfunktionen u , deren relative Risikoaversion konstant ist.

2. Hausaufgabe:

5 Punkte

Definiere für $\beta > 0$

$$\rho_1(X) = \frac{1}{\beta} \log \mathbb{E} e^{-\beta X}$$

und

$$\rho_2(X) = \inf\{m \in \mathbb{R} : X + m \geq 0 \text{ fast sicher}\}.$$

Zeige, dass ρ_1 und ρ_2 Risikomaße sind und überprüfe, ob sie kohärent bzw. positiv homogen oder konvex sind.

3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Bestimme zum Niveau $\lambda \in (0, 1)$ jeweils den V@R und den AV@R für das Risiko $X = -Z$. Dabei ist

- (i) Z Pareto-verteilt mit Parameter $\alpha > 1$ (siehe Blatt 9).
- (ii) Z ist exponentialverteilt mit Parameter $\gamma > 0$.

4. Hausaufgabe:

5 Punkte

Ein Portfolio habe heute einen Wert von $X_0 = 100$ EUR. Bestimme seinen 5%-V@R für ein Jahr. Der Wert des Portfolios nach einem Jahr sei gegeben durch $X_1 = X_0 R$ mit

- (i) $R = 1 + Z$, wobei Z standard-normalverteilt sei mit Parametern (μ, σ^2) . Dies modelliert normalverteilte returns.

- (ii) $R = e^Z$, wobei Z standard-normalverteilt sei mit Parametern (ν, ρ^2) . Dies modelliert log-normalverteilte returns.

Bestimme in beiden Fällen den V@R zum Niveau $\lambda = 0.05$ und vergleiche sie.

Bemerkung: Die Hausaufgaben sind in Gruppen mit genau drei Studenten abzugeben!