TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS11/12
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dozent: Tobias Finis
Assistent: Gerriet Möhlmann
`www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS11/algebra2`

1. Übung Algebra II

1. Aufgabe

Sei I ein Integritätsring, der den Körper K enthält. Zeigt, dass I ein Körper ist, wenn I ein endlich dimensionaler K-Vektorraum ist. Gebt ein Beispiel für einen Integritätsring an, der kein Körper aber ein K-Vektorraum ist.

(6 Punkte)

2. Aufgabe

(a) Welche der folgenden Polynome sind irreduzibel und warum?

  (a) $f_1 = t^4 + 4t + 34/3 \in \mathbb{Q}[t]$.

  (b) $f_2 = t^4 + t^2 + 1 \in \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}[t]$.

  (c) $f_3 = t^5 + 13t + 7 \in \mathbb{R}[t]$.

(b) Gebt ein Polynom über $\mathbb{Q}$ an, dass $\sqrt{2} + 1$ als Nullstelle hat.

(c) Listet alle irreduziblen, normierten Polynome vom Grad 3 über $\mathbb{F}_3$ auf.

(8 Punkte)

3. Aufgabe

Sei α eine Nullstelle des irreduziblen Polynoms f über einem Körper K. Zeigt, dass falls der Grad von f ungerade ist, dann gilt $K(\alpha) = K(\alpha^2)$. Gebt ein Beispiel dafür an, dass diese Aussage für f mit $\deg f$ gerade falsch sein kann. Gebt auch ein Beispiel für ein irreduzibles Polynom vom Grad 2 über einem Körper K an, so dass für eine Nullstelle α gilt $K(\alpha) = K(\alpha^2)$.

(8 Punkte)