

2. Übung Algebra II

1. Aufgabe

Zeigt, dass jeder algebraisch abgeschlossene Körper unendlich viele Elemente besitzt.

(4 Punkte)

2. Aufgabe

Sei K ein Körper. Beweist, dass α und β algebraisch über K sind, genau dann wenn $\alpha + \beta$ und $\alpha\beta$ algebraisch über K sind.

Gebt das Minimalpolynom von $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ und von $\sqrt{2}\sqrt{3}$ über \mathbb{Q} an.

(5 Punkte)

3. Aufgabe

Sei $f \in K[t]$ ein Polynom von Grad n über dem Körper K und sei L der Zerfällungskörper von f . Zeigt, dass $[L : K]$ ein Teiler von $n!$ ist. Findet eine untere Schranke für $[L : K]$. Unter welchen Voraussetzungen ist $[L : K] \geq n$?

(5 Punkte)

4. Aufgabe

Sei $\bar{\mathbb{Q}}$ ein algebraischer Abschluss von \mathbb{Q} . Gebt ohne lange Erklärungen alle Homomorphismen von $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$ nach $\bar{\mathbb{Q}}$ an.

(4 Punkte)