

13. Übung Algebra II

1. Aufgabe

Zeigt, dass $1/4$ ein Element aus \mathbb{Z}_5 ist, also gibt eine Folge $(x_n) \in \mathbb{Z}^{\mathbb{N} \setminus \{0\}}$ an, mit $x_n \equiv 1/4 \pmod{5^n}$.

(6 Punkt)

2. Aufgabe

Sei L/K eine Körpererweiterung und $S \subseteq L$ ein Erzeugendensystem, das heißt $L = K(S)$. Zeigt, dass dann

$$L = \bigcup_{T \subseteq S, \#T < \infty} K(T)$$

gilt.

(7 Punkte)

3. Aufgabe

Es sei X eine Menge und $(X_i)_{i \in I}$ ein System von Teilmengen von X . Für Indizes i, j mit $X_j \subseteq X_i$ bezeichne f_{ij} die Inklusion $X_j \rightarrow X_i$. Nun schreibt $i \leq j$ falls $X_j \subseteq X_i$ und zeigt, dass (X_i, f_{ij}) ein projektives System von Mengen ist. Zeigt weiterhin, dass $\lim_{\leftarrow i \in I} X_i = \bigcap_{i \in I} X_i$ gilt.

(7 Punkte)