Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Dr. Jochen Blath
Dr. Marcel Ortgiese

Wintersemester 2012/13
Ausgabe: 29. November 2012
Abgabe: 6. Dezember 2012

Versicherungsmathematik: Übung 6

Aufgabe 1 **(5 Punkte)**

Es sei $\mathcal{P}_\lambda$ die Poissonverteilung mit Parameter $\lambda > 0$ und R die Gammaverteilung mit Parametern $\alpha, \beta > 0$. Man zeige, dass die Mischung aller $(\mathcal{P}_\lambda)_{\lambda>0}$ Verteilungen bezüglich des Mischungsmaß R gerade die negative Binomialverteilung mit Parametern $(\alpha, \beta/(\beta+1))$ ergibt.

Aufgabe 2 **(5 Punkte)**

Es sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F. Die Verteilung heißt unendlich oft teilbar, falls es für jedes $n \in \mathbb{N}$ iid Zufallsvariablen $X_1^{(n)}, \ldots, X_n^{(n)}$ gibt, so dass in Verteilung $X = \sum_{i=1}^n X_i^{(n)}$. Zeigen Sie, dass die Poisson- und die Normalverteilung unendlich oft teilbar sind. Zeigen Sie, dass die Bernoulliverteilung mit Parameter $p \in (0,1)$ nicht unendlich oft teilbar ist.

Aufgabe 3 **(5 Punkte)**

Es seien X, Y zwei Zufallsvariablen mit Werten in $[0,1]$, so dass alle Momente existieren und übereinstimmen. Also $\mathbb{E}(X^n) = \mathbb{E}(Y^n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann X und Y die gleiche Verteilung haben.

Aufgabe 4 **(5 Punkte)**

Bestimmen Sie die momentenerzeugende Funktion der Gleichverteilung auf $[-a, a]$ und bestimmen Sie damit die Varianz der Verteilung.