Algorithmus: (SWZ Berechnung nach Golub/Reinsch)

input: $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $n \leq m$, $\varepsilon = c * eps$, c klein
output: $A \leftarrow U^T A V = D + E$ mit $U \in \mathbb{R}^{m \times m}, V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ orthogonal,
D diagonal, $\|E\|_2 \approx eps * \|A\|$

<u>1. Schritt:</u>
Bidiagonalisierung von A

$$A \leftarrow \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow (U_1 \dots U_n)^T A (V_1 \dots V_{n-2})$$

wobei U_i und V_j Householder Transformationen sind

<u>2. Schritt:</u>
$q = 0$
while$(q < n)$

- setze $B(i, i+1) = 0$ falls $|B(i, i+1)| < \varepsilon(|B(i,i)| + |B(i+1, i+1)|)$ für $i = 1 : n-1$
- bestimme das größte q und das kleinste p, so dass
$$\begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} \end{bmatrix}$$
mit $B_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $B_{33} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ diagonal und $B_{22} \in \mathbb{R}^{n-q-p \times n-q-p}$ mit nur Superdiagonalelementen ungleich Null
- falls $q < n$
  - falls $B_{22}(i,i) = 0$ für ein i, bestimme Givens-Rotation, so dass $B_{22}(i, i+1) = 0$
  - sonst
    - Golub/Kahan SWZ Schritt auf $B_{22} \curvearrowright \bar{U}, \bar{V}$
    - $B = \begin{bmatrix} I_p & & \\ & \bar{U}^T & \\ & & I_q \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} I_p & & \\ & \bar{V} & \\ & & I_q \end{bmatrix}$

Aufwand:$\sim \frac{4}{3} n^3 + \mathcal{O}(n^2)$
kubische Konvergenz