Technische Universität Berlin **WiSe 99/00**
Fachbereich Mathematik
Sekr. MA 8-1 / Frau Albert

Prof. H. A. Jung Georg Baier

1. Übung zur Vorlesung Graphentheorie I

Abgabe: 4.11.99

Zunächst einige organisatorische Bemerkungen.

- Die **Übung** findet am Donnerstag in der Zeit von **14 bis 16 Uhr im Ma 742** statt.
- Meine **Sprechstunde** ist am Dienstag von 14 bis 16 Uhr im Ma 613. Sie können mich dort natürlich auch zu einer anderen Zeit ansprechen.
- Zur Vorlesung gibt es Übungsblätter, die zum Erwerb eines **Übungsscheins** bearbeitet werden müssen. Die Übungsblätter werden am Mittwoch in der Vorlesung ausgegeben und am Donnerstag in der Übung eine Woche später wieder eingesammelt. Zum Erwerb des Übungsscheins müssen in jeder Semesterhälfte 50% der erreichbaren Punkte für die Übungsblätter erzielt werden.

1. Aufgabe (4 Punkte)
In der ersten Vorlesung wurde der folgende Satz verbal bewiesen. Notieren Sie diesen Beweis formal korrekt.

> **Satz:** Sei G ein einfacher, ungerichteter Graph. Die zyklomatische Zahl $\nu(G)$ ist genau dann Null, wenn G ein Wald ist.

2. Aufgabe (2 Punkte)
Sei $\Delta(G)$ der maximale Knotengrad des Graphen G. Zeigen Sie, dass ein Baum T mindestens $\Delta(T)$ Blätter hat.

3. Aufgabe (2 Punkte)
Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die nicht-zusammenhängenden Graphen auf n Knoten mit maximaler Kantenzahl.

4. Aufgabe (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass für einen Graphen G gilt $\mathrm{diam}(\bar{G}) \leq 3$, falls $\mathrm{diam}(G) \geq 3$. Finden Sie einen Graphen G mit $\mathrm{diam}(G) = \mathrm{diam}(\bar{G}) = 3$ und zeigen Sie, dass aus $\mathrm{diam}(G) \leq 3$ nicht $\mathrm{diam}(\bar{G}) \geq 3$ folgt.

5. Aufgabe (3 Punkte)
Zeigen Sie, dass ein gerichteter Graph G genau dann einen gerichteten Eulerzug besitzt, wenn $d^+(e) = d^-(e)$ für jede Ecke $e \in V(G)$ gilt.

Literatur

Bollobas, B. (1990). *Graph theory. An introductory course.* Springer-Verlag.

Bollobas, B. (1998). *Modern graph theory.* Springer-Verlag.

Diestel, R. (1996). *Graphentheorie.* Springer-Verlag Berlin.

Halin, R. (1989). *Graphentheorie.* Akademie-Verlag Berlin, 2. edition.

West, D. B. (1996). *Introduction to graph theory.* Prentice Hall.