

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG ALGEBRA 1

Wintersemester 2014/2015

Aufgabenzettel 1

Aufgabe 1 (10 Punkte). Es sei G eine zyklische Gruppe.

- (1) Zeige, dass jede Untergruppe $U \subset G$ auch eine zyklische Gruppe ist.
- (2) Sei G zudem endlich und g ein Erzeuger von G . Zeige, dass $G = \{g^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte). Sei G eine endliche abelsche Gruppe mit neutralem Element e .

- (1) Zeige, dass $\prod_{g \in G} g^2 = e$.
- (2) Finde ein Beispiel für eine endliche abelsche Gruppe, welche $\prod_{g \in G} g \neq e$ erfüllt.

Aufgabe 3 (10 Punkte). Es sei $n \geq 1$. Wir betrachten die *symmetrische Gruppe* S_n . Zeige folgende Aussagen:

- (1) Jedes $\tau \in S_n$ lässt sich als Verknüpfung von Zykeln schreiben.
- (2) Jedes $\tau \in S_n$ lässt sich als Verknüpfung von Nachbarschaftstranspositionen schreiben.

Aufgabe 4 (10 Punkte). Betrachte $\sigma = (1324)$, $\tau = (25) \in S_5$. Berechne $\sigma\tau(i)$ und $\tau\sigma(i)$ für $i \in \{1, \dots, 5\}$. Schreibe zudem $\sigma\tau$ als Produkt von Nachbarschaftstranspositionen.