1 Wachstumsgeschwindigkeit zweidimensionaler isotroper Brownscher Flüsse

Stochastische Flüsse können zur Modellierung von Staubdiffusionen oder der Durchmischung von Flüssigkeiten verwendet werden. Es handelt sich bei Ihnen um zufällige Diffeomorphismengruppen auf Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Isotrope Brownsche Flüsse sind Flüsse auf dem $\mathbb{R}^d$, deren Verteilung sich durch Invarianz gegenüber Translationen und orthogonalen Transformationen auszeichnet. Außerdem stimmt ihre Verteilung in positiver Zeitrichtung in einer gewissen Weise mit der Verteilung in negativer Zeitrichtung überein. Der Vortrag wird sich mit dem Bild einer beschränkten, zusammenhängenden Menge unter dem Fluss beschäftigen. Insbesondere geht es um die asymptotische Wachstumsgeschwindigkeit des Durchmessers d_t und die Form einer solchen Menge. Es wird eine hinreichende Bedingung dafür angegeben, dass die Wachstumsgeschwindigkeit (gemessen als $\liminf_{t\to\infty} d_t$) deterministisch ist. Zum einen ist es notwendig, dass der Top-Lyapunov-Exponent, eine Größe, die mit dem lokalen Verhalten des Flusses zusammenhängt, positiv ist. Andernfalls würde eine beschränkte Menge mit positiver Wahrscheinlichkeit auf einen Punkt kontrahiert. Dies zusammen mit einer geometrischen Bedingung, der so genannten hig-Bedingung erweist sich als hinreichend dafür, dass eine deterministische Menge $\mathcal{B}$ existiert, so dass für beliebiges $\epsilon > 0$ und nicht triviales $\gamma \subset \mathbb{R}^d$ die folgenden Inklusionen noch für beliebig große Zeiten t gilt:

$$(1-\epsilon)t\mathcal{B} \subset \bigcup_{0\le s\le t} \Phi_{0,s}(\gamma) \subset (1+\epsilon)t\mathcal{B} \tag{1.1}$$

Dies verallgemeinert Ergebnisse von Dolgopyat, Kaloshin und Koralov, die ein ähnliches Ergebnis für periodische Flüsse gezeigt haben. Die dabei verwendeten Methoden wurden mit Techniken von Scheutzow, Steinsaltz und Dimitrov sowie neuen Ansätzen kombiniert.