

# Polytope in Verbindung mit längenbeschränkten gerichteten Kreisen

Rüdiger Stephan

24. November 2005

Bewerbung für einen Vortrag über meine Diplomarbeit am DIES MATHEMATICUS (6.12.2005) an der TU Berlin.

Titel der Diplomarbeit: Polytopes associated with length restricted directed circuits

Abgabe der Arbeit: im März 2005

Verfügbar unter: <http://www.zib.de/groetschel/info/info.html#beispiel>

## Kurzzusammenfassung

Meine Diplomarbeit befaßt sich mit dem längenbeschränkten gerichteten Kreisproblem, d.h. dem Problem, in einem gerichteten Graphen  $D = (V, A)$  mit Bogengewichten  $c_a \in \mathbb{R}$ ,  $a \in A$ , einen gerichteten Kreis  $C$  einer zulässigen Länge  $|C| \in L$  mit minimalem Gewicht  $\sum_{a \in C} c_a$  zu bestimmen. Dabei ist  $L$  die Menge der zulässigen Kreislängen. Das zugehörige Polytop ist das Polytop  $P_C^L(D)$  der längenbeschränkten gerichteten Kreise  $C$  in einem Digraphen  $D$ , das ist die konvexe Hülle der Inzidenzvektoren der gerichteten Kreise  $C$ , die eine zulässige Länge  $|C|$  haben.

In Spezialfällen, z.B. wenn nur eine bestimmte Kreislänge  $k \in \mathbb{N}$  zugelassen wird, kann das Problem in polynomialer Zeit gelöst werden. Aber im Allgemeinen ist das Problem NP-schwer. Beispielsweise erhalten wir für  $L = \{|V|\}$  das Asymmetrische Traveling Salesman Problem.

In meiner Diplomarbeit habe ich mehrere Familien von gültigen Ungleichungen daraufhin untersucht, ob sie für  $P_C^L(D_n)$ , dem längenbeschränkten gerichteten Kreispolytop über dem vollständigen Digraphen  $D_n$ , facetteninduzierend sind (oder nicht). Dabei ist es mir zum Teil gelungen, sie vollständig zu klassifizieren, d.h. (in Abhängigkeit von  $L$  und  $n$ ) notwendige und hinreichende Bedingungen angeben, damit eine gültige Ungleichung facettendefinierend ist. Da das Polytop  $P_C^L(D_n)$  mit vielen gerichteten und ungerichteten Kreispolytopen, die bereits gut untersucht sind, verwandt ist, steht bereits eine relativ grosse Palette von Ungleichungen zur Verfügung, die untersucht werden können.

Ein weiteres Resultat meiner Diplomarbeit ist, dass (bis auf ganz wenige Ausnahmen) Facetten für (längenbeschränkte) gerichtete Wegpolytope auf relativ einfache Art und Weise in solche für (längenbeschränkte) gerichtete Kreispolytope geliftet werden können. Dem liegt ein einfacher graphentheoretischer Zusammenhang zugrunde.

In meinem Vortrag möchte ich nach der Problemeinführung die Dimension von  $P_C^L(D_n)$  in Abhängigkeit von  $L$  und  $n$  bestimmen und ein oder zwei interessante Ungleichungen herleiten. Anschließend habe ich vor, die erwähnte Liftingprozedur zu skizzieren und daraus resultierende Konsequenzen anzudeuten.