Elliptische Randwertprobleme mit variablen Exponenten

Franziska Krüger

Problemstellungen mit variablen, also vom Ort $x \in \Omega$ abhängigen Exponenten werden seit den Neunzigerjahren intensiv untersucht. In meiner Bachelorarbeit habe ich das Randwertproblem mit Robin-Randbedingung

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(a(x,u)|\nabla u|^{p(x)-2}\nabla u) + c(x,u)|u|^{\sigma(x)-2}u = f \ , & x \in \Omega \\ u = 0 \ , & s \in \Gamma_0 \\ a(s,u)|\nabla u|^{p(s)-2}\nabla u \cdot \eta + b(s,u)|u|^{\gamma(s)-2}u = g \ , & s \in \Gamma \end{cases}$$

auf Existenz und Eindeutigkeit schwacher Lösungen untersucht. Dabei stellt η den äußeren Normalenvektor an Γ dar. $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ ist offen und beschränkt mit Lipschitz-Rand. Dieser setzt sich zusammen aus zwei disjunkten offenen Mengen so, dass $\partial\Omega = \overline{\Gamma_0} \cup \overline{\Gamma}$ gilt. Anwendung finden diese Art von Problemen u.a. bei der Bildrekonstruktion sowie bei der Beschreibung von thermo- und elektrorheologischen Fluiden.

In meinem Vortrag stelle ich die Anwendung für elektrorheologische Fluide vor und gebe einen Einblick in die schwache Formulierung und die verwendeten verallgemeinerten Lebesgue- und Sobolev-Räume. Im Anschluss werden die Existenz- und Eindeutigkeitsbeweise für das obige Problem skizziert.