TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 2002
Fachbereich 3 - Mathematik
Prof. Dr. A. Bobenko / C. Bohle Abgabe: 27.5.2002

4. Übung Differentialgeometrie II

(Liegruppen)

Hausaufgaben

1. Aufgabe (4 Punkte)

i) Sei $f\colon G \to H$ ein Liegruppen Homomorphismus, d.h. eine differenzierbare Abbildung zwischen zwei Liegruppen, die ein Gruppenhomomorphismus ist. Zeigen Sie, indem Sie f als geeignete Verkettung darstellen, daß das Differential von f im Punkt $g \in G$ aus dem im Punkt $e \in G$ berechnet werden kann. (Stellen Sie dazu f als geeignete Verkettung dar.)

ii) Berechnen Sie das Differential des Liegruppen Homomorphismus

$$\det\colon \mathbf{GL}(n) \to \mathbb{R}^*$$

im Punkt Id. Berechnen Sie daraus das Differential $d\det_{|A}$ in einem Punkt $A \in \mathbf{GL}(n)$. (Benutzen Sie die erste Teilaufgabe.)

2. Aufgabe (12 Punkte)

Zeigen Sie, daß die folgenden Mengen Liegruppen sind. Berechnen Sie die Tangentialräume in jedem Punkt und besonders in Id. Welche Dimensionen haben die Gruppen?

i) $\mathbf{SL}(n,\mathbb{C}) = \{A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) \mid \det(A) = 1\}$

ii) $\mathbf{U}(n) = \{A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) \mid A\bar{A}^T = \mathrm{Id}\}$

iii) $\mathbf{SU}(n) = \{A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) \mid A\bar{A}^T = \mathrm{Id}, \det(A) = 1\}$

Welche dieser Liegrupppen sind komplexe Mannigfaltigkeiten, welches nur reelle?