

DIFFERENTIALGEOMETRIE I: KURVEN UND FLÄCHEN

Aufgabenblatt 1

(Ebene Kurven)

Aufgabe 1

4 Punkte

Skizziere die durch

$$\gamma: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto e^{-t}(\cos t, \sin t)$$

beschriebenen Kurve (logarithmische Spirale) und bestimme ihre Bogenlänge.

Aufgabe 2

4 Punkte

Ein Kreis vom Radius 1 rolle auf der x-Achse. Betrachte die Kurve, die ein fester Punkt auf diesem Kreis beschreibt. Skizziere die Kurve, bestimme die regulären Punkte der Kurve und die Länge eines maximalen regulären Stücks der Kurve.

Aufgabe 3

4 Punkte

Bestimme alle regulären ebenen Kurven, deren Normalen sich alle in einen festen Punkt schneiden?

Aufgabe 4

4 Punkte

Sei

$$\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto \left(\frac{1}{\cosh t}, t - \tanh t \right).$$

Diese Kurve ist eine Traktrix oder auch Schleppkurve. Zeige:

- i) γ ist regulär für $t \neq 0$.
- ii) Der Abstand zwischen $\gamma(t)$ und dem Schnittpunkt der Tangente an $\gamma(t)$ mit der y-Achse ist konstant für $t \neq 0$.

Skizziere die Kurve und berechne ihre Krümmung.