TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II - Institut für Mathematik
Boris Springborn
Hanka Kouřimská
`http://www3.math.tu-berlin.de/geometrie/Lehre/SS17/DGI/`

6. Blatt

Abgabe: 6. oder 7. Juni vor dem Tutorium

---

1. Aufgabe (4 Punkte)

Betrachten Sie die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = z^2 + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - a\right)^2 - r^2, \quad r > a > 0.$$

Finden Sie eine Parametrisierung von $f^{-1}(0)$ als Rotationsfläche.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Eine 3-dimensionale Sphäre $\mathbb{S}^3 \subseteq \mathbb{R}^4$ kann durch

$$f(\varphi, \psi, \theta) = (\cos\varphi \cos\psi \cos\theta, \sin\varphi \cos\psi \cos\theta, \sin\psi \cos\theta, \sin\theta)$$

parametrisiert werden. Für welche Punkte p ist df_p injektiv?

3. Aufgabe (3 Punkte)

Sei $f : U \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(u, v) = (\cos u, \sin 2u, v).$$

a) Zeichnen Sie $f(U)$.

b) Für welche Punkte ist f regulär?

4. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $f : U \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(u, v) = (a \sin u \cos v, b \sin u \sin v, c \cos u), \quad a, b, c \neq 0.$$

a) Zeichnen Sie, dass f eine Parametrisierung des Ellipsoids

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

darstellt.

b) Beschreiben Sie geometrisch die Kurven mit $u = \textit{konst.}$ auf dem Ellipsoid.

c) Finden Sie eine Parametrisierung für das zweischalige Hyperboloid

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - z^2 = -1\}.$$

Gesamtpunktzahl: 16