TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II - Institut für Mathematik
Boris Springborn
Hanka Kouřimská

Differentialgeometrie I - SS 2017

`http://www3.math.tu-berlin.de/geometrie/Lehre/SS17/DGI/`

7. Blatt

Abgabe: 12. Juni vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Gerade auf einem regulären Flächenstück eine Asymptotenlinie ist.

2. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $\gamma(t) = (r(t), h(t))$ eine nach Bogenlänge parametrisierte ebene Kurve mit $r(t) > 0$ für alle t. Betrachten Sie die Rotationsfläche

$$f(t, \varphi) = (r(t)\cos\varphi, r(t)\sin\varphi, h(t)).$$

a) Bestimmen Sie deren Normalvektor.

b) Bestimmen Sie ihre erste und zweite Fundamentalform.

c) Geben Sie den Normalvektor und die erste und zweite Fundamentalform explizit für den Fall $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t)), t \in (-\pi/2, \pi/2)$ an.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Seien $f_1, f_2 : U \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ zwei regulär parametrisierte Flächenstücke, die sich in einer regulären Kurve γ schneiden. Zeigen Sie:

> Wenn γ Krümmungslinie auf der einen Fläche ist, dann ist γ genau dann eine Krümmungslinie auf der anderen Fläche, wenn der Winkel zwischen den beiden Flächen entlang γ konstant ist.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Parametrisieren Sie die folgenden Flächen und bestimmen Sie den Bildbereich der zugehörigen Gaußschen Abbildung:

a) Das elliptische Paraboloid: $x^2 + y^2 = z$,

b) Das einschalige Hyperboloid: $x^2 + y^2 - z^2 = 1$,

Gesamtpunktzahl: 16