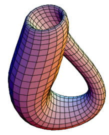
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II - Institut für Mathematik
Boris Springborn
Hanka Kouřimská

Differentialgeometrie I - SS 2017



`http://www3.math.tu-berlin.de/geometrie/Lehre/SS17/DGI/`

11. Blatt

Abgabe: 10. Juli vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe (4 Punkte)

Finden Sie eine glatte Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, für die gilt:

a) $f \geq 0$,

b) $f(x) > 0$ für alle $x \in]0, 1[$,

c) $f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus]0, 1[$.

(Zeigen Sie, dass Ihre Funktion f wirklich glatt ist!)

2. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die einzigen Geodätischen auf einer Sphäre mit konstanter Geschwindigkeit parametrisierte Stücke von Großkreisen sind.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Sei f die Rotationsfläche des Kreises $(x - a)^2 + z^2 = r^2, y = 0$, mit $a > r > 0$ um die z-Achse. Betrachten Sie die Kurven, die entstehen, wenn man die Punkte

$$(a + r, 0, 0), \qquad (a - r, 0, 0), \qquad (a, 0, r),$$

um die z-Achse dreht. Welche von den Kurven ist

a) eine Geodätische,

b) eine Asymptotenlinie,

c) eine Krümmungslinie?

4. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $f(s, \theta) = \begin{pmatrix} r(s) \cos\theta \\ r(s) \sin\theta \\ h(s) \end{pmatrix}$ eine Rotationsfläche und sei $\gamma = f \circ c$ eine Geodätische auf f. Zeigen Sie, dass längst c die Funktion $r \cos\varphi$ konstant is, wobei φ der Winkel zwischen γ und dem Breitengrad ist.

Gesamtpunktzahl: 16