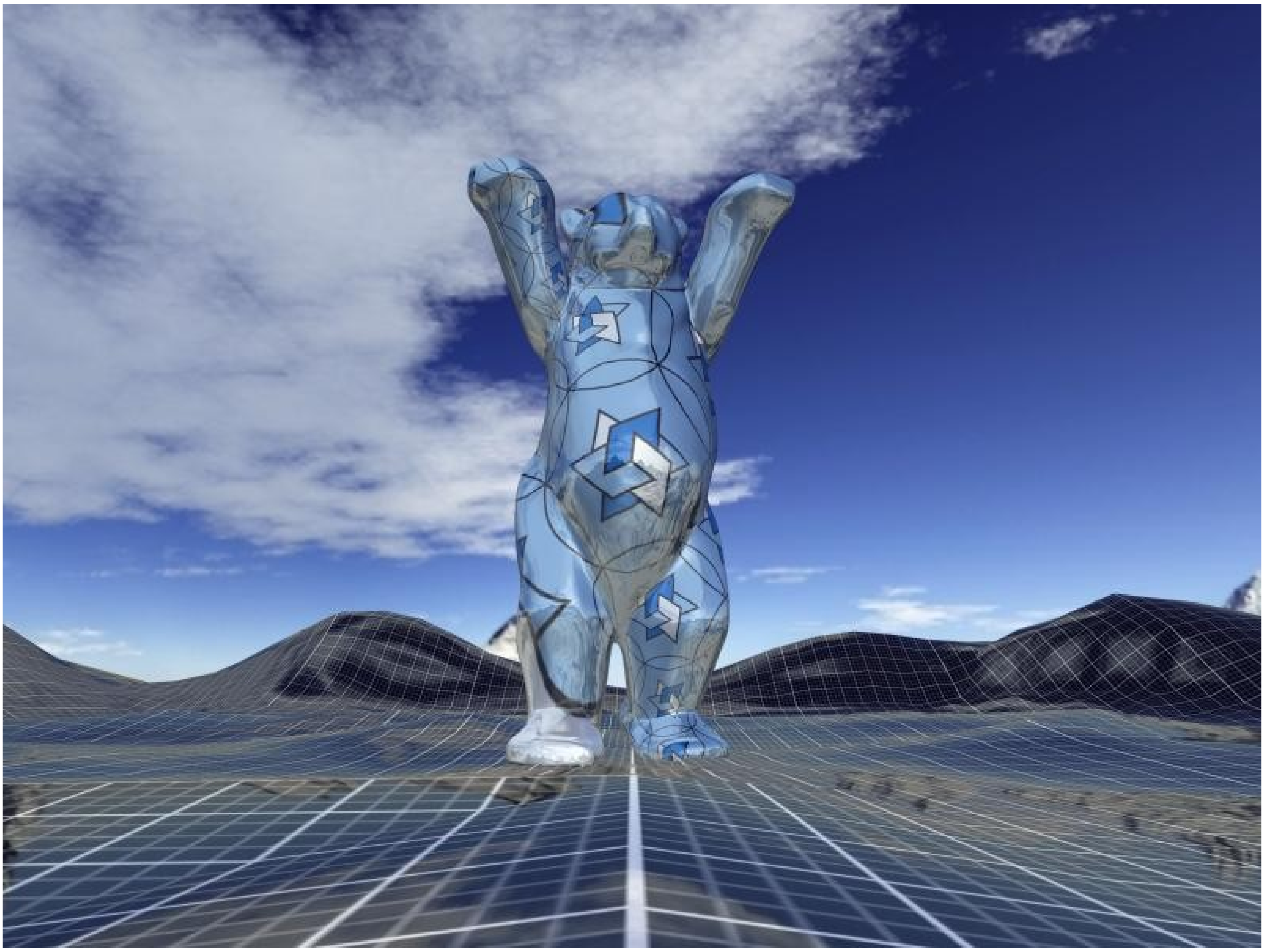
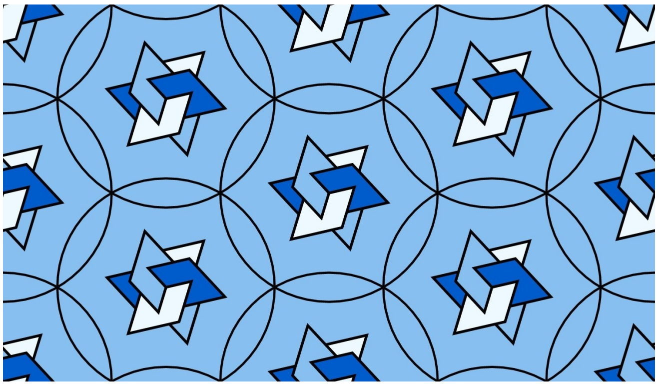


Matheon Bär

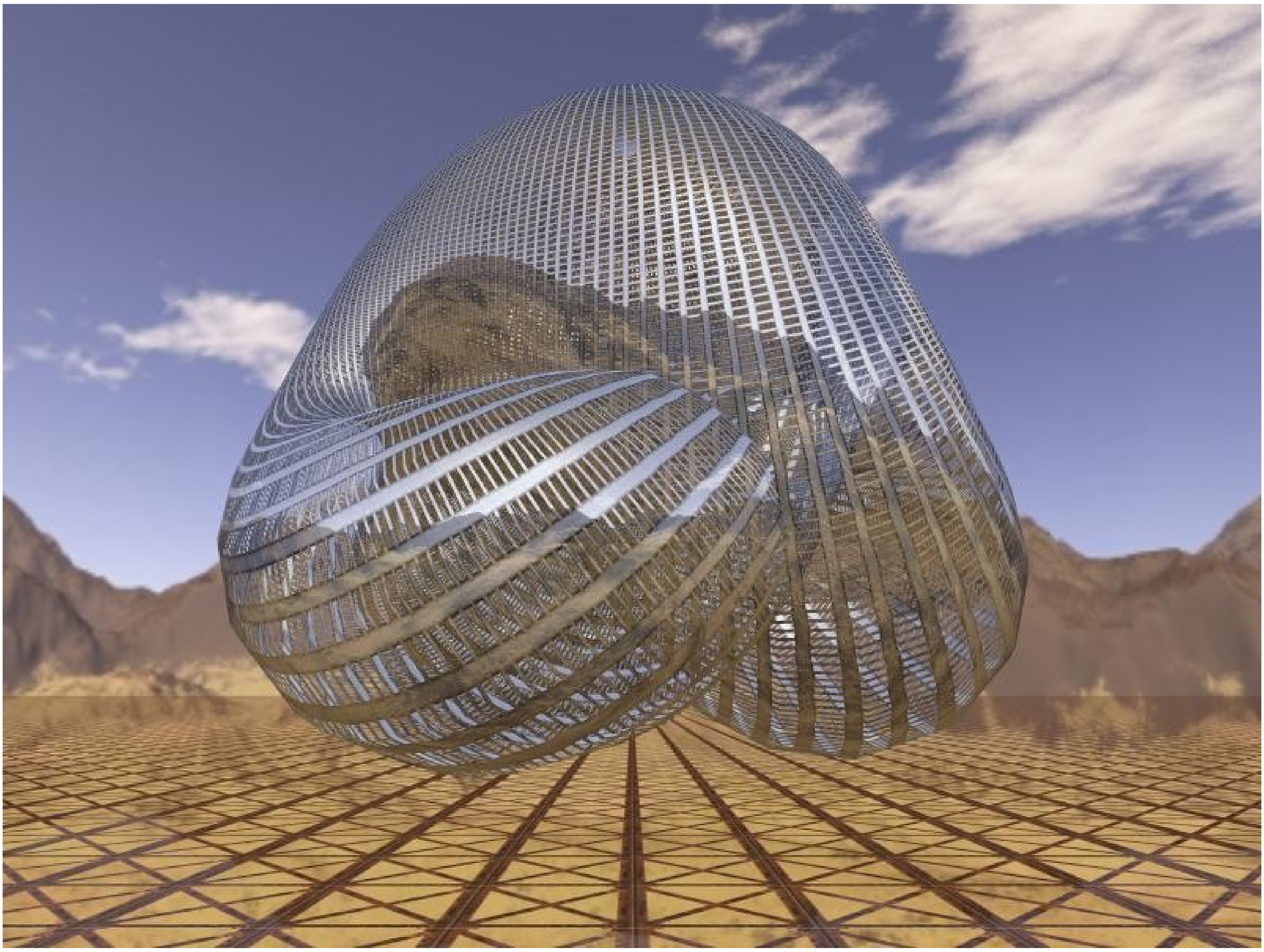
Der Matheon Bär steht (nicht ganz so groß wie in der Installation gezeigt) als Skulptur vor dem Mathematikgebäude der TU Berlin.

Das mathematische Interessante an diesem Bär ist das Muster, mit dem er bemalt ist. Grundlage ist hierfür ein periodisches Muster aus Kreisen und Matheon Logos, das die Ebene ausfüllt. Die mathematische Herausforderung war, dieses Muster auf den Bär so aufzubringen, dass die Formen möglichst wenig verzerrt werden. Tatsächlich sieht man, dass alle in dem Muster auftretenden Winkel genauso auch auf dem Bär erscheinen. Man sagt: Die Abbildung des Musters auf den Bär ist „konform".



Was man erforschen könnte:

- Wie kommt die „Augenklappe" und das" Gipsbein" des Bären zustande?
- Wenn man auf die rechte Pfote des Bären springt, sieht man, dass dort die Computergraphik nicht ganz mitkommt. Kann man raten, wie das Muster dort eigentlich aussehen sollte?



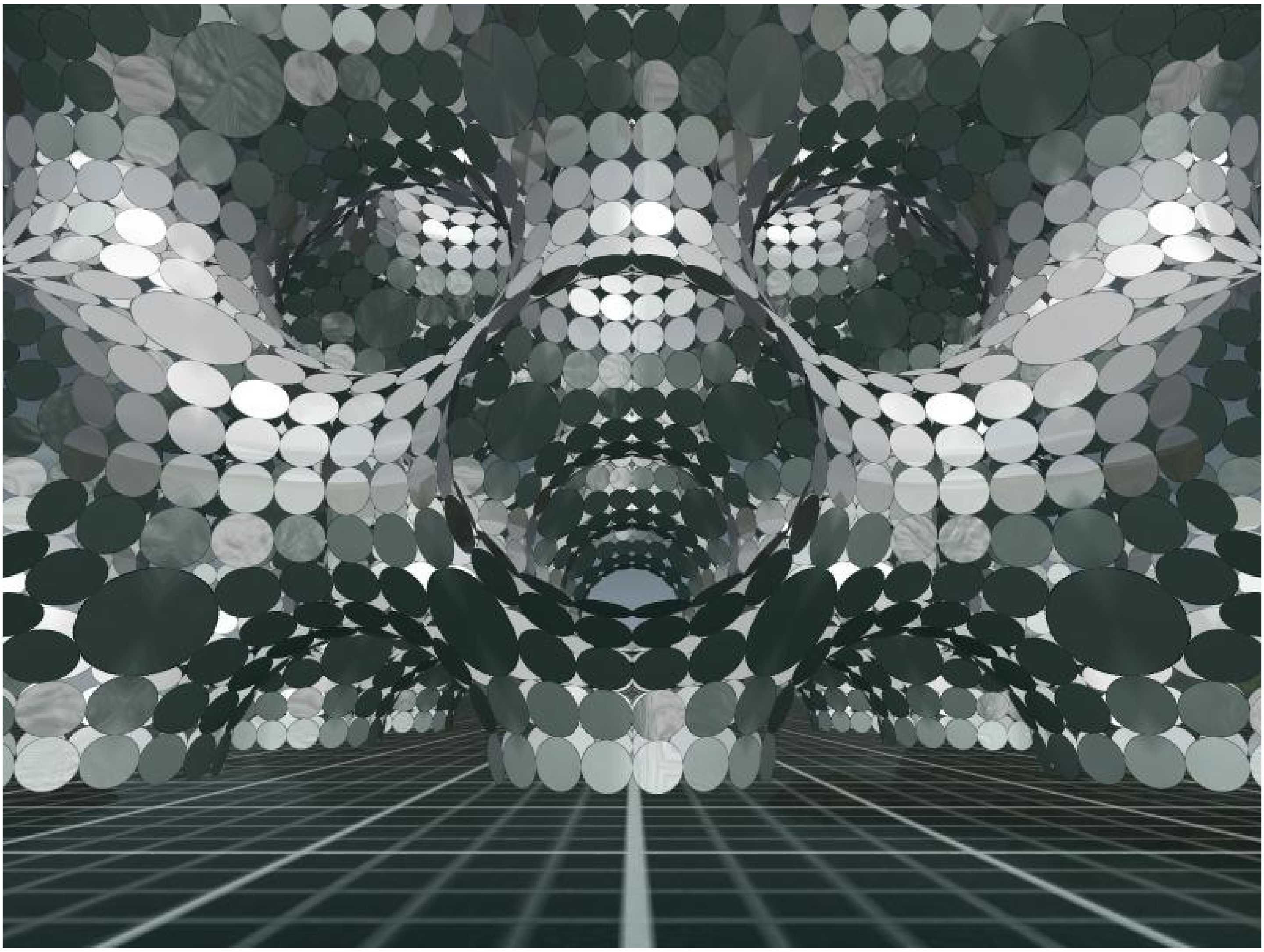
Boy'sche Fläche

Die Boy'sche Fläche entsteht, wenn man ein Möbiusband durch Ankleben einer Scheibe an dessen Rand zu einer in sich geschlossenen Fläche ergänzt. Dass dies überhaupt möglich ist, wurde 1903 von Werner Boy bewiesen. Die Boy'sche Fläche durchdringt sich selbst, sieht aber ansonsten in jedem ihrer Punkte glatt aus.

Die hier gezeigte Variante ist dadurch ausgezeichnet, dass ihre Krümmung im Mittelwert so klein wie möglich ist. Sie hat in diesem Sinne „keine überflüssigen Beulen“. Man sieht hier also in einem mathematisch präzisen Sinne die „schönste“ mögliche Realisierung der Boy'schen Fläche. In dieser Form stammt die Boy'sche Fläche von Robert Bryant und Robert Kusner.

Was man erforschen könnte:

- In wie viele zusammenhängende Kammern ist das Innere der Fläche unterteilt?
- Wie sieht die Linie, längs der die Fläche sich selbst durchschneidet, insgesamt aus?
- Finde ein Möbiusband auf der Fläche. Genauer: Finde einen Weg, längs dem man auf der Fläche (mit Magnetschuhen unter Ignorieren der Selbstdurchdringungen) so laufen kann, dass man wieder am Ausgangspunkt des Weges ankommt, aber auf der anderen Seite der Fläche.
- Gibt es Punkte, durch den die Fläche dreimal durchgeht? Wie viele?



Schwarz'sche Minimalfläche

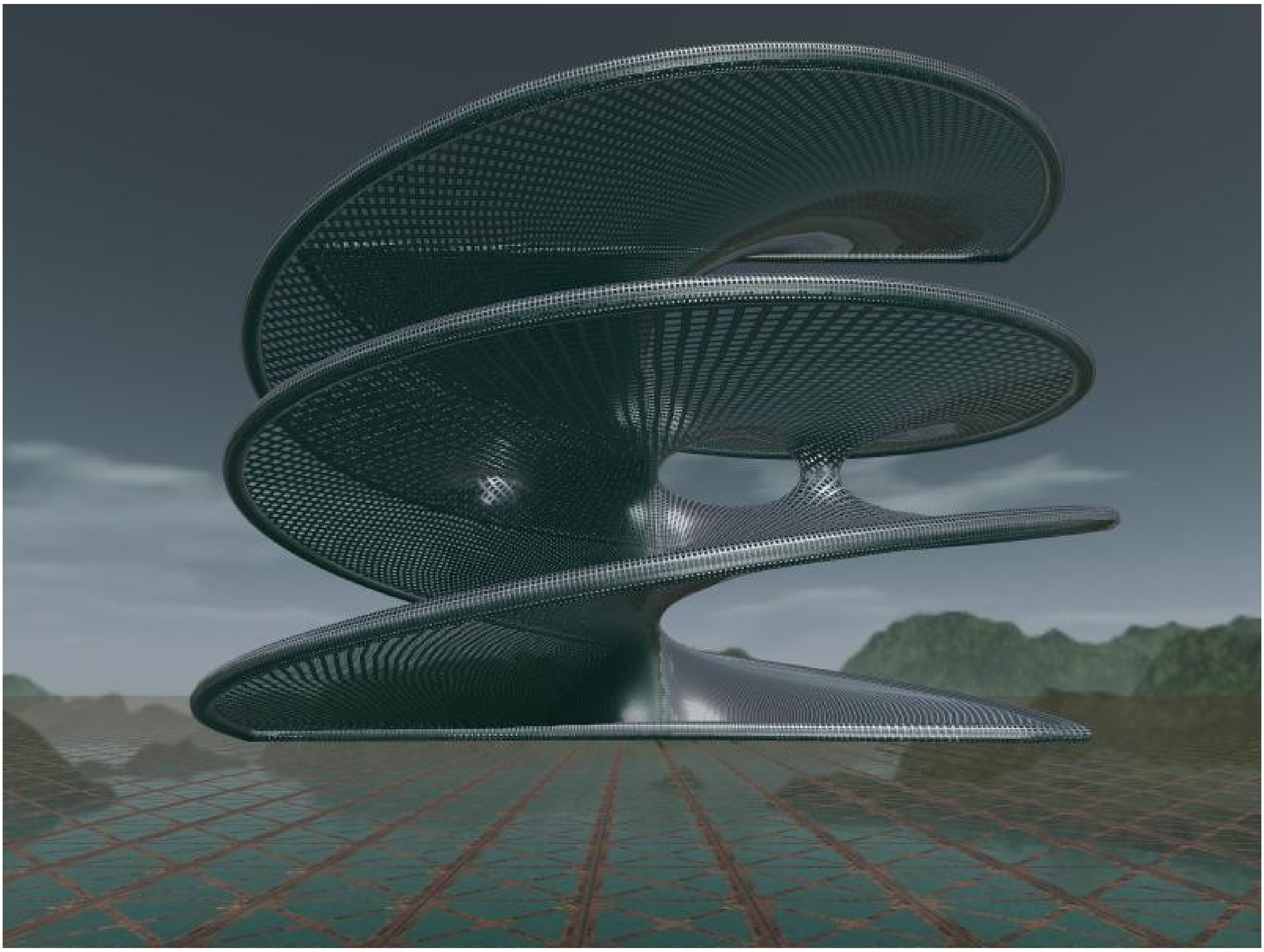
Minimalflächen sind Flächen, die die Krümmungseigenschaften von physikalischen Seifenhäuten haben.

Das hier gezeigte Exemplar ist im 19. Jahrhundert von Karl Hermann Amandus Schwarz gefunden worden und füllt den ganzen Raum periodisch nach Art eines Kristallgitters aus.

Was man hier sieht ist genau genommen gar keine glatte Fläche, sondern besteht aus vielen sich in bestimmter Weise berührenden Kreisscheiben. Solche „Diskretisierungen“ glatter Flächen spielen neuerdings in der Architektur eine große Rolle, wenn es darum geht, gekrümmte Flächen aus vielen (für sich genommen flachen) Elementen zu bauen.

Was man erforschen könnte:

- Die vollständige Fläche teilt den Raum in zwei Gebiete. Gibt es einen Unterschied zwischen diesen zwei Gebieten?
- Auf der Fläche liegen viele gerade Linien. Finde sie alle und stelle fest, in welchen Punkten sie sich schneiden.
- Die meisten Kreise berühren drei Nachbarkreise. Gibt es Ausnahmen?



Helikoid mit Henkeln

Minimalflächen sind Flächen, die die Krümmungseigenschaften von physikalischen Seifenhäuten haben.

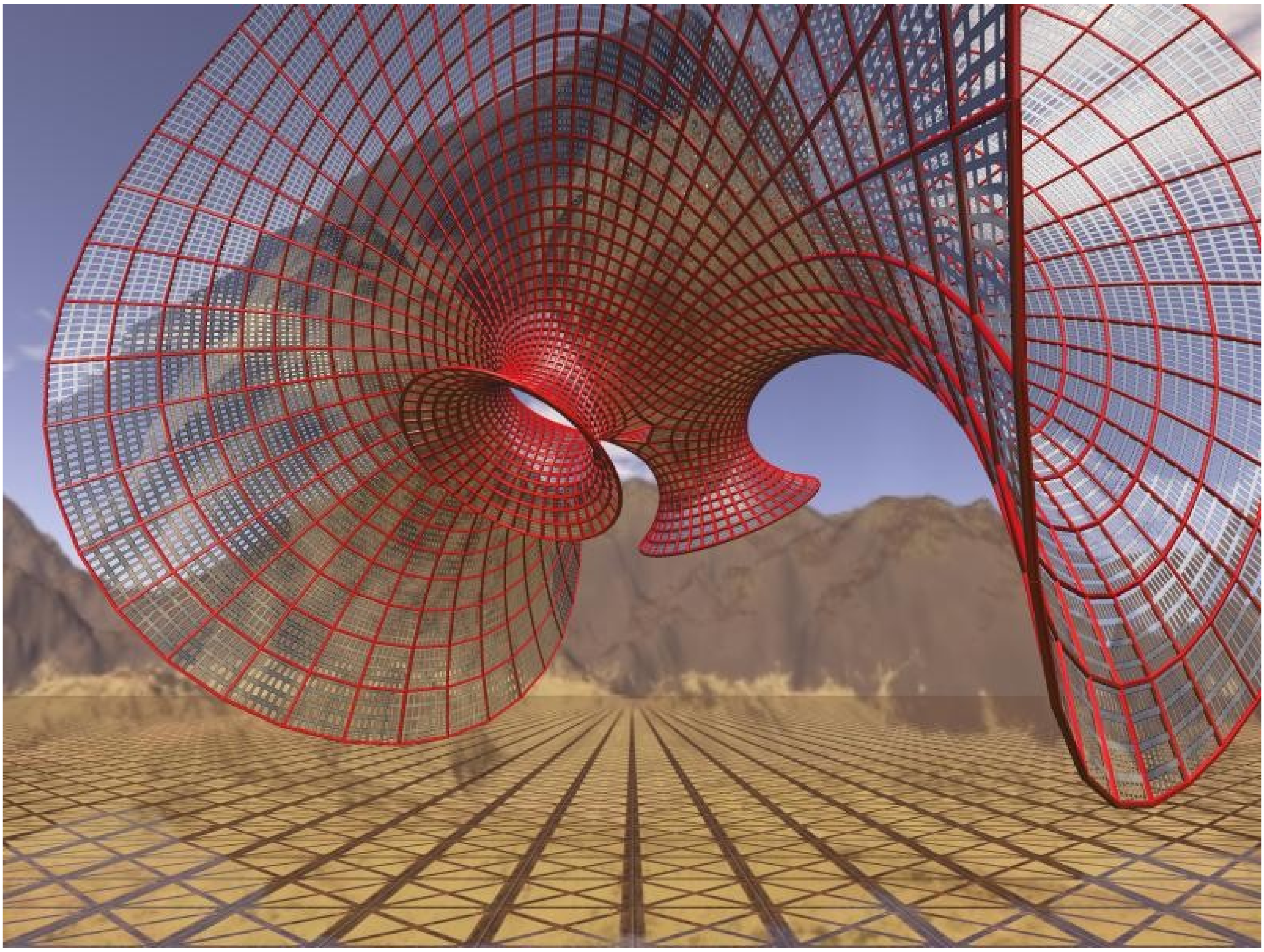
Eine der bekanntesten Minimalflächen ist das Helikoid, das man im täglichen Leben von Wendeltreppen und Parkhausauffahrten her kennt. Es ist nun in der Tat möglich, verschiedene Etagen des Helikoids miteinander zu verbinden, ohne die Minimalflächeneigenschaft zu zerstören oder zu bewirken, dass die Fläche beginnt, sich selbst zu durchdringen. Mathematisch bezeichnet man ein solches Verbindungsstück als „Henkel". Je nachdem, in welcher Etage man steht, sieht ein solcher Henkel aus wie ein Loch in Boden oder Decke, oder auch wie eine Säule, die Boden und Decke einer Etage verbindet.

Die hier gezeigte Fläche ist ein Helikoid mit zwei Henkeln und ist von Markus Schmies gefunden und berechnet worden.

Was man erforschen könnte:

- Das Helikoid hat zwei „Aufgänge". Kommt man überall hin, wenn man nur einen Aufgang benutzt? Macht es hierzu einen Unterschied, wenn man durch Löcher im Boden (oder in der Decke) springen darf?

- Die Metallstreifen, aus denen die Fläche besteht, schneiden sich fast überall rechtwinklig und bilden kleine Rechtecke fester Form. Nur an einzelnen Stellen trifft diese Beschreibung nicht ganz zu. Wo sind diese Stellen und was geschieht da?



Minimalflaechen-Baustelle

Minimalflächen sind Flächen, die die Krümmungseigenschaften von physikalischen Seifenhäuten haben. Hier sieht man eine so genannte Enneper Fläche, auf die zwei (nach unten gehende) röhrenförmige Auswüchse aufgepfropft wurden.

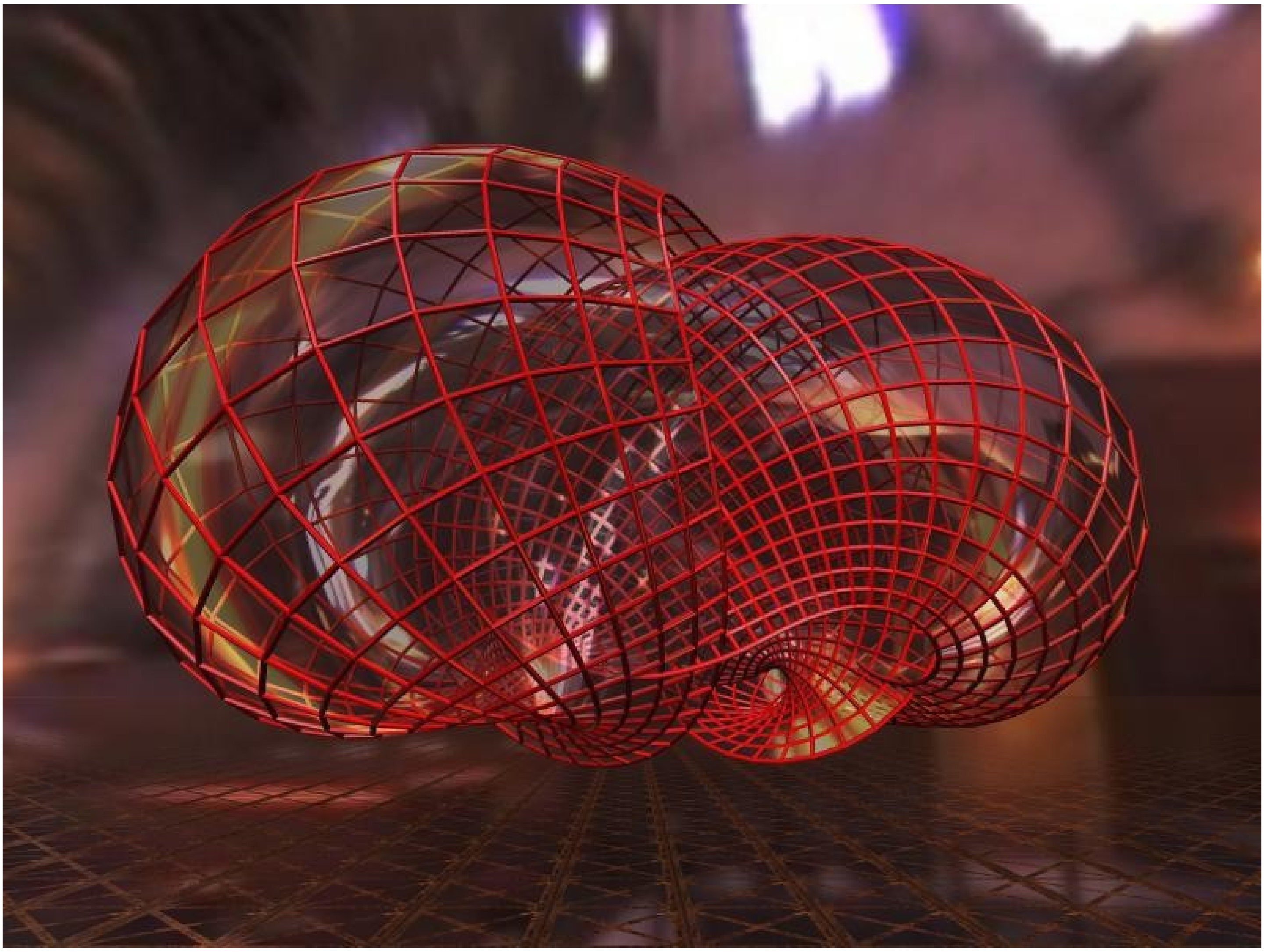
Die hohe Kunst des Minimalflächen-Bauens besteht darin, Minimalflächen zu konstruieren, die sich ohne Rand bis ins Unendliche erstrecken ohne sich dabei selbst zu durchdringen. Die erstere Anforderung ist hier erfüllt: Das hier gezeigte Stück der ganzen Fläche lässt sich beliebig weit fortsetzen. Dabei entstehen aber recht bald Selbstüberschneidungen. Insofern stammt diese Fläche wohl eher aus der Lehrlingswerkstatt des Minimalflächenbauers. Schön ist sie trotzdem.

Was man erforschen könnte:

- Wie sieht wohl die Enneper Fläche selbst aus, das heißt, die hier gezeigte Fläche, bevor man die Auswüchse hinein implantiert hat?

- Kann man ahnen, wie die Fläche weitergeht? Sieht man, dass die beiden Lappen, mit denen die Fläche auf dem Boden steht, weiter unten zusammenkommen würden? Wo noch bahnen sich schon Selbstüberschneidungen an?

- Die Metallstreifen und die roten Röhren, aus denen die Fläche besteht, schneiden sich fast überall rechtwinklig. Nur an einer Stelle trifft diese Beschreibung nicht ganz zu. Was geschieht da?



Willmore-Torus

Seifenhäute bestehen aus einem Material, das versucht, sich zusammenzuziehen, die Oberfläche möglichst klein zu machen. Das Material wehrt sich gewissermaßen dagegen, gedehnt zu werden, ist aber ohne Energieaufwand beliebig biegbar.

Willmore-Flächen bestehen im Gegensatz hierzu aus einem Material, das Dehnungen überhaupt keinen Widerstand entgegensetzt, aber eine elastische Gegenkraft gegen Verbiegungen entwickelt. Solche Flächen sind den Randbedingungen entsprechend so wenig gekrümmt wie nur möglich.

In der Biologie nehmen zum Beispiel mikroskopisch kleine Membranen unter geeigneten Bedingungen die Form von Willmore-Flächen an. In der Technik werden Willmore-Flächen verwendet, um besonders glatte, runde Oberflächen zu entwerfen.

Was man hier sieht ist ein Stück einer in sich geschlossenen Ringfläche mit der Willmore-Eigenschaft, die von Matthias Heil auf Grundlage einer Theorie von Babich und Bobenko gefunden wurde.

Was man erforschen könnte:

- Es wird behauptet, dass die Fläche optimal rund ist, das heißt, dass wenn man die Form der Fläche irgendwo ein wenig verändert (zum Beispiel ein- oder ausbeult), man insgesamt die Krümmung vergrößert. Ist das glaubhaft?

- Aus wievielen zusammenhängenden Teilen besteht die Randkurve der Fläche?